

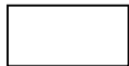
Cálculo

Integrais Definidas



Prof. Me. Flávio Murilo de Carvalho Leal
Instituto Centro de Ensino Tecnológico
Faculdade de Tecnologia do Cariri

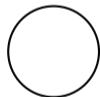
- ▶ Em figuras geométricas simples, usamos fórmulas diretas:
 - ▶ Retângulo: $A = b \cdot h$
 - ▶ Triângulo: $A = \frac{b \cdot h}{2}$
 - ▶ Círculo: $A = \pi r^2$
- ▶ Essas fórmulas funcionam porque a forma é conhecida e regular.



Retângulo: $b \cdot h$



Triângulo: $\frac{b \cdot h}{2}$

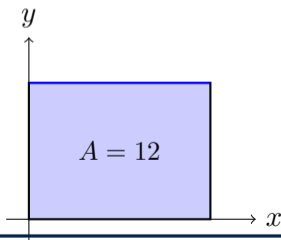


Círculo: πr^2

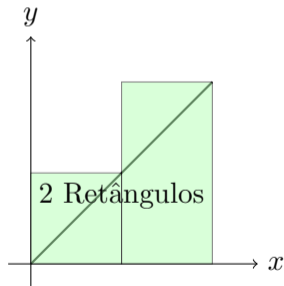
- ▶ Área de um retângulo: $A = b \cdot h$
- ▶ Exemplo: base de 4 unidades e altura de 3 unidades
- ▶ Área esperada: $A = 4 \cdot 3 = 12$
- ▶ Vamos calcular com integral:

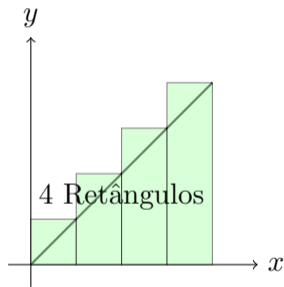
$$\int_0^4 3 dx = 3x \Big|_0^4 = 12$$

- ▶ Resultado coincide com a fórmula clássica.



- ▶ Vamos visualizar a aproximação da área sob a curva com retângulos.
- ▶ A precisão melhora à medida que aumentamos o número de retângulos.

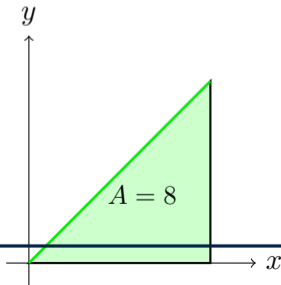




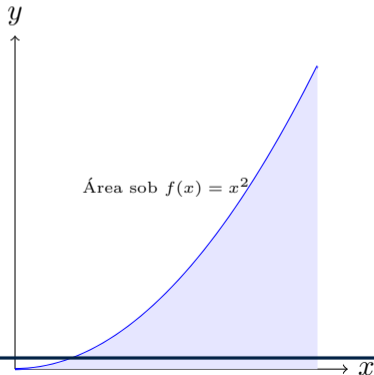
- ▶ Área de um triângulo: $A = \frac{b \cdot h}{2}$
- ▶ Exemplo: função linear $f(x) = x$ de 0 a 4
- ▶ Área esperada: $A = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$
- ▶ Integral:

$$\int_0^4 x \, dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = \frac{16}{2} = 8$$

- ▶ Resultado confirma a fórmula do triângulo.

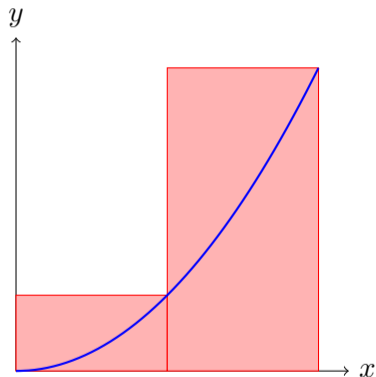


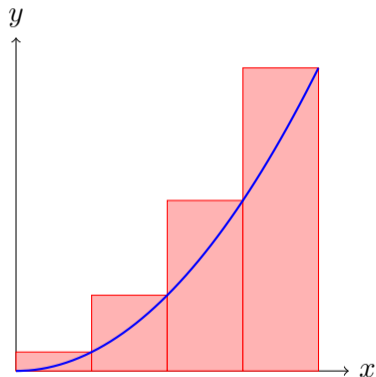
- ▶ E se a fronteira da região não for uma linha reta?
- ▶ Exemplo: qual é a área sob $f(x) = x^2$ de $x = 0$ até $x = 1$?
- ▶ A região delimitada não tem uma fórmula geométrica conhecida.
- ▶ Precisamos de uma nova abordagem: a **integral**.

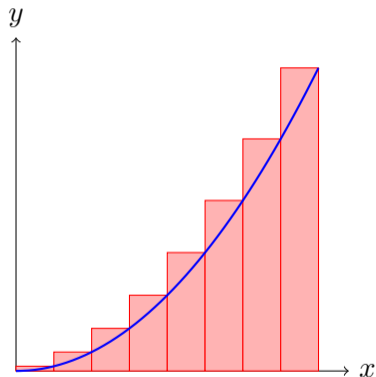


- ▶ A integral pode ser interpretada como a **área sob a curva** de uma função.
- ▶ Começamos dividindo a área em retângulos.
- ▶ Quanto mais retângulos usamos, mais precisa será a aproximação.

- ▶ Vamos dividir o intervalo $[0, 1]$ em n subintervalos formando retângulos.
- ▶ Largura de cada retângulo: $\Delta x = \frac{1}{n}$.
- ▶ Altura do i -ésimo retângulo: $f\left(\frac{i}{n}\right)$.
- ▶ Área aproximada: $\sum_{i=1}^n f\left(\frac{i}{n}\right) \Delta x$.







- ▶ À medida que $n \rightarrow \infty$, $\Delta x \rightarrow 0$.
- ▶ A soma dos retângulos se aproxima da área real.
- ▶ Definimos a integral como o limite:

$$\int_0^1 x^2 dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{i}{n}\right)^2 \cdot \frac{1}{n}$$

- ▶ Usando o cálculo integral:

$$\int_0^1 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{3}$$

- ▶ Portanto, a área sob a curva $f(x) = x^2$ em $[0, 1]$ é $\frac{1}{3}$.